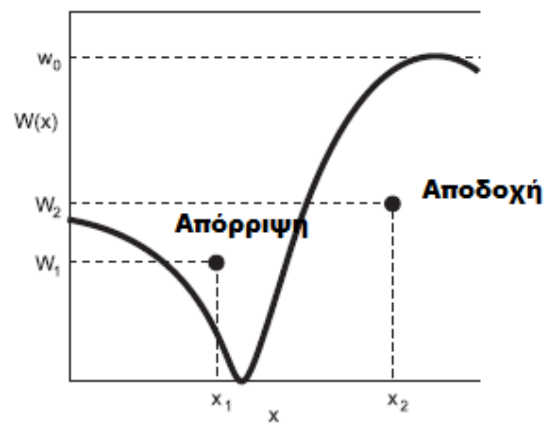


Υπολογισμός Ολοκληρωμάτων με την μέθοδο της απόρριψης του

Von Neumann( Rejection Method)

Μια απλή και πολύ έξυπνη μέθοδος υπολογισμού για να δημιουργήσουμε τυχαία σημεία που να υπακούουν μια συνάρτηση κατανομής, έστω  $w(x)$ , δημιουργήθηκε από τον Neumann. Αυτή η μέθοδος είναι παρόμοια με την μέθοδο υπολογισμού του εμβαδού μιας λίμνης με τη μόνη διαφορά ότι η λίμνη έχει αντικατασταθεί με την συνάρτηση πιθανότητας

$w(x)$ , και το αυθαίρετο ορθογώνιο γύρω από τη λίμνη με μια αυθαίρετη σταθερά  $W_0$ . Έστω μια γραφική παράσταση της  $w(x)$  σε συνάρτηση με το  $x$  (Εικόνα)



Εικόνα: η μέθοδος ολοκλήρωσης του Von Neumann

Ας «διατρέξουμε» το «κουτί-ορθογώνιο» θέτοντας την γραμμή  $W = W_0$  στο γράφημα, με την μοναδική απαίτηση  $W_0 > w(x)$ . Στη συνέχεια πετάμε «πέτρες σε αυτό το γράφημα και μετράμε μόνο αυτές που πέφτουν μέσα στην «λίμνη»  $w(x)$ . Με αυτό τον τρόπο δημιουργούμε την κατανομή που επιθυμούμε.

Για να δημιουργήσουμε την προσομοίωση χρησιμοποιούμε τυχαίους αριθμούς

$$(x_i, W_i) = (r_{2i-1}, W_0 r_{2i}).$$

Ο αλγόριθμος προχωρά ως εξής: Δεχόμαστε το  $x_i$  όταν

$W_i < w(x_i)$ , ειδάλλως το απορρίπτουμε

Τα  $x_i$  που γίνονται δεκτά με αυτό τον τρόπο ικανοποιούν την συνάρτηση πιθανότητας  $w(x)$

Η ίδια μέθοδος χρησιμοποιείται και στον πολύ γνωστό «Metropolis Algorithm».

### Παράδειγμα Εφαρμογής

Έστω  $x$  που ανήκει στο  $[a, b]$ , το οποίο είναι και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης κατανομής PDF  $p(x)$ . Έστω επίσης ότι η μεγαλύτερη τιμή της κατανομής είναι  $M$ ,  $p(x) < M$ .

Δημιουργούμε ένα τυχαίο αριθμό  $x$  που ανήκει στο  $[a, b]$ , και ένα τυχαίο αριθμό  $s$  στο διάστημα  $[0, M]$ .

Αν  $p(x) > s$  δεχόμαστε αυτή τη τιμή του  $x$ .

Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το ολοκλήρωμα

Ο αλγόριθμος προχωρά ως εξής:

```
Επαναληπτική δομή για n Monte Carlo «δοκιμές-κύκλους»  
integral = 0. ;  
for ( i n t i = 1 ; i <= n ; i ++ ) {  
    // Δημιουργία τυχαίας μεταβλητής x στο διάστημα [ 0, 3 ]  
    x = 3ran0 (&idum) ;  
    // Εύρεση της τιμής y στο διάστημα ανάμεσα σε [ 0 , exp ( 3 ) ]  
    y = exp ( 3 . 0 ) ran0 (&idum) ;  
    //Κανόνας αποδοχής-απόρριψης  
    i f ( y < exp ( x ) ) s = s + 1 . 0 ;  
  
Integral = 3 . exp ( 3 . ) . s / n
```

Υλοποίηση στο πρόγραμμα Easy Java Simulations

